

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang Akademik 2004/2005

Februari - Mac 2005

**ZCT 304/3 - Keelektrikan dan Kemagnetan**

Masa : 3 jam

---

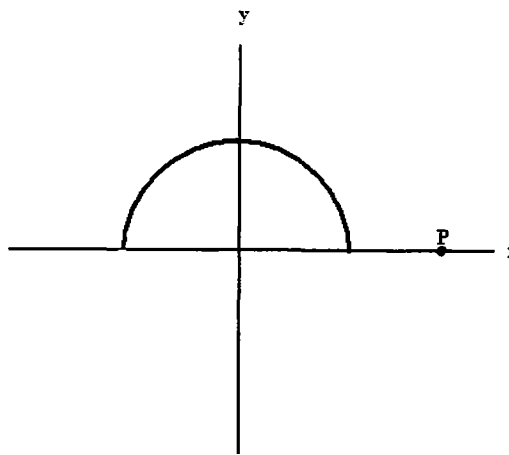
Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **ENAM** soalan. **TIGA** dari Bahagian A dan **TIGA** dari Bahagian B. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

**BAHAGIAN A**

1. Pertimbangkan konfigurasi garisan berbentuk separuh bulatan dengan jejari  $R$  seperti ditunjukkan oleh Rajah 1. Ia mempunyai ketumpatan cas garisan  $\lambda$  Coul m<sup>-1</sup>.

Cari  $\vec{E}$  di titik P dengan menggunakan kordinat silinderan. Jarak titik P dari titik asalan adalah  $l$ .



Rajah 1

(100/100)

2. Pertimbangkan dua silinder konduktor ber dinding nipis yang sepusat. Jejari nya adalah  $a$  dan  $b$  ( $b > a$ ). Silinder bahagian dalam mempunyai keupayaan  $V=V_a$  dan bahagian luar  $V=V_b$ . Ruang di antara kedua silinder mengandungi cas di mana ketumpatannya adalah  $\rho=k/r$  ( $k$  adalah pemalar). Dapatkan keupayaan elektrik,  $V(r)$ , di ruang antara silinder dan hitungkan ketumpatan permukaan cas bebas di setiap silinder.

(100/100)

3. (a) Tuliskan hukum Gauss dalam bentuk kamiran. Dengan satu ayat sahaja, terangkan apa yang dimaksudkan oleh hukum ini. Kemudian terbitkan hukum ini dalam bentuk pembezaan.

(30/100)

- (b) Satu silinder dielektrik yang panjang berjejari  $a$  mengandungi ketumpatan cas bebas  $\rho_f = r/\alpha$  di mana  $\alpha$  adalah pemalar. Dapatkan medan elektrik di kawasan  $r \leq a$  dan  $r \geq a$ . Gunakan hukum Gauss.

(70/100)

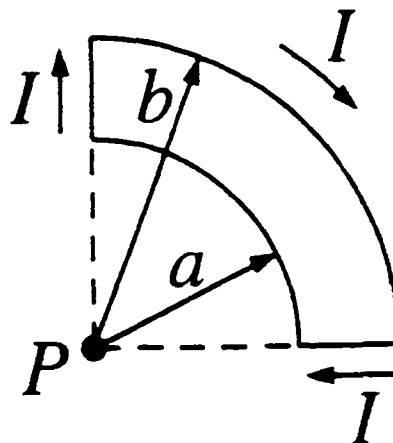
4. Suatu sfera dielektrik berjejari  $R$  telah terkutub dengan vektor pengkutuban  $\vec{P} = (K/r^{\alpha-1})\hat{r}$ ,  $\hat{r}$  merupakan vektor unit jejarian.
- Hitung ketumpatan isipadu cas terikat,  $\rho_b$ , dan ketumpatan permukaan cas terikat,  $\sigma_b$ .
  - Tunjukkan bahawa jumlah cas terikat adalah sifar.
  - Jika pemalar dielektrik bagi bahan dielektrik ini adalah  $\epsilon_r = \eta$ , dapatkan vektor sesaran di bahagian dalam sfera. Kemudian, dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, hitung ketumpatan isipadu cas bebas,  $\rho_f$ , yang terdapat di dalam sfera tersebut.

(100/100)

**BAHAGIAN B**

5. (a) Tunjukkan apakah yang dimaksudkan dengan ketumpatan arus permukaan,  $\mathbf{K}$ , dan ketumpatan arus isipadu,  $\mathbf{J}$ . Tuliskan hukum Biot-Savart untuk menghitung medan magnet,  $\mathbf{B}$ , yang dihasilkan oleh (i) dawai konduktor yang membawa arus  $I$ , (ii) konduktor yang membawa arus ketumpatan, dan (iii) konduktor yang membawa arus isipadu.
- (b) Pertimbangkan konfigurasi dawai halus yang membawa arus  $I$  seperti yang ditunjukkan oleh Rajah 2 di bawah. Dengan menggunakan hukum Biot-Savart, hitung medan magnet  $\mathbf{B}$  yang terhasil di titik P.

(30/100)

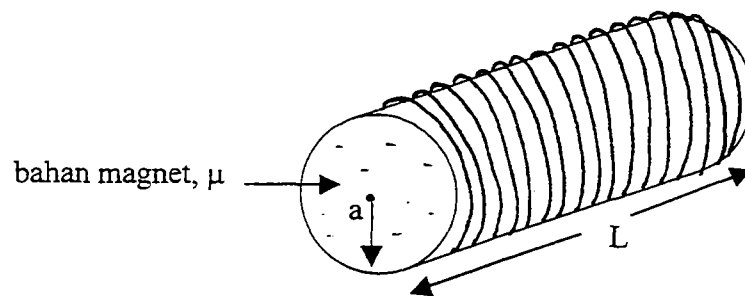


Rajah 2

(70/100)

...4/-

6. (a) Tuliskan hukum Ampere bagi medan magnet  $\mathbf{B}$  dan bagi vektor keupayaan magnet,  $\mathbf{A}$ . Apakah kaitan di antara  $\mathbf{B}$  dan  $\mathbf{A}$ ? (30/100)
- (b) Satu toroid mempunyai 1000 lilitan dan membawa arus  $I$ . Keratan rentasnya berbentuk segi empat dengan ketinggian  $h$  dan jejari bahagian dalam  $a$  dan bahagian luar  $b$ . Dengan menggunakan hukum Ampere, dapatkan (i) medan magnet  $\mathbf{B}$  yang terhasil di bahagian dalam ( $a < r < b$ ) toroid, dan (ii) vektor keupayaan magnet  $\mathbf{A}$  di bahagian dalam ( $a < r < b$ ) dan luar ( $r > b$ ) toroid. (70/100)
7. (a) Buktikan bahawa medan magnet yang dihasilkan oleh satu solenoid unggul adalah  $B_z = \mu_0 n I$  di mana  $n$  adalah bilangan lilitan per meter. (30/100)
- (b) Satu solenoid sepanjang  $L$  dengan bilangan lilitan  $N$  dan berjejari  $a$  mengandungi bahan magnet dengan pemalar ketelapan magnet  $\mu_l$  di bahagian dalamnya. Lihat Rajah 3.



Rajah 3

- (i) Dapatkan vektor keupayaan magnet  $\mathbf{A}$  di bahagian dalam dan luar solenoid:  $r < a$  dan  $r \geq a$ .
- (ii) Cari  $\mathbf{M}$ ,  $\vec{\lambda}_e$  dan  $\vec{J}_e$  di ruang bahan magnet. (70/100)
8. (a) Tulis keempat-empat persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi vakum. Kemudian terbitkan persamaan gelombang elektromagnet di dalam vakum dalam ungkapan  $\mathbf{E}$ . (40/100)

- (b) Jika medan elektrik bagi satu jenis gelombang elektromagnet adalah

$$\mathbf{E} = E_0(a \hat{x} + ib \hat{y}) e^{-i\omega t + ikz}$$

di mana  $E_0$ ,  $a$  dan  $b$  adalah pemalar.  $\omega$  adalah frekuensi sudut gelombang dan  $k$  adalah nombor gelombang. Dengan menggunakan persamaan Maxwell dapatkan medan magnet sepadan dengan medan elektrik di atas yang mampu dibawa oleh gelombang ini.

- (c) Cari vektor Poynting  $\mathbf{S}$  bagi rambatan gelombang yang diberikan dalam bahagian (b). (40/100)

(20/100)

## Vector Derivatives

### Cartesian Coordinates

$$d\ell = \hat{i}dx + \hat{j}dy + \hat{k}dz, \quad dV = dx dy dz$$

$$\nabla f = \hat{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{i} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \hat{j} \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \hat{k} \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

### Cylindrical Coordinates

$$d\ell = \hat{r}dr + \hat{\phi}r d\phi + \hat{k}dz, \quad dV = r dr d\phi dz$$

$$\nabla f = \hat{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{k} \frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) + \hat{\phi} \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) + \hat{k} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

### Spherical Coordinates

$$d\ell = \hat{r}dr + \hat{\theta}r d\theta + \hat{\phi}r \sin \theta d\phi, \quad dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$\nabla f = \hat{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] + \frac{\hat{\theta}}{r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] + \frac{\hat{\phi}}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

## Vector Formulas

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A})$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{D}) - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})$$

### *Derivatives of Sums*

$$\nabla(f + g) = \nabla f + \nabla g$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \cdot \mathbf{A} + \nabla \cdot \mathbf{B}$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \nabla \times \mathbf{A} + \nabla \times \mathbf{B}$$

### *Derivatives of Products*

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$$

$$\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot (\nabla f)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

$$\nabla \times (f\mathbf{A}) = f(\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \times (\nabla f)$$

$$\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B}$$

### *Second Derivatives*

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$$

$$\nabla \times (\nabla f) = 0$$

## Physical Constants

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Speed of light

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 \text{ (or H/m)}$$

Permeability constant in vacuum

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \text{ (or F/m)}$$

Permittivity constant in vacuum

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7} c^2 = 8.988 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Magnitude of electron charge

$$m_e = 0.9109 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

Electron mass

## Useful Integrals

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}}$$

## Binomial Expansion

$$(1 + \epsilon)^p = 1 + p\epsilon + \frac{p(p-1)}{2!} \epsilon^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!} \epsilon^3 + \dots$$

## Notation for Position Vector

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{i}} x + \hat{\mathbf{j}} y + \hat{\mathbf{k}} z$$

$$r = |\mathbf{x}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{and} \quad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{x}}{r}$$